

ACIES

Asociación de Consultores de
Estructuras de Edificación

**APROXIMACIÓN A LAS SUPERFICIES *MINIMALES*
Y A LAS GEOMETRÍAS FUNICULARES PARA SU
APLICACIÓN ESTRUCTURAL EN ARQUITECTURA**

Antonio Morales Ramírez

Introducción

APROXIMACIÓN A LAS SUPERFICIES MINIMALES Y A LAS GEOMETRÍAS FUNICULARES PARA SU APLICACIÓN ESTRUCTURAL EN ARQUITECTURA

Trabajo Fin de Grado

Dpto. de Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno

ETS Arquitectura ~ Universidad de Sevilla

Autor: Antonio Morales ~ Tutora: Paloma Pineda

Sevilla ~ 06-07-2022

Antonio Morales

- Actual Arquitecto en diseño y cálculo de estructuras de hormigón armado en Clerhp Estructuras, SA.
- 2022-2023 Colaboración en proyectos de arquitectura con Dr. Arq. Narciso Vázquez.
- 2022 Becario en Proyecto de Investigación para propuesta de consolidación / reparación / restauración / refuerzo constructivo - estructural del acueducto de Punta Paloma (tramo del puente de Chorrera), Conjunto Arqueológico de Baelo Claudia, monumento Histórico Nacional catalogado como Bien de Interés Cultural por la Fundación de Investigación de la Universidad de Sevilla, a cargo de la Dr. Arq. Paloma Pineda.
- 2021-2022 Máster en Cálculo de Estructuras de Obra Civil en EADIC Engineering & Business School. *Triple titulación internacional en colaboración con Udimia y e-Campus University.*
- 2020-2022 Alumno interno del departamento de Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno (ETS Arquitectura, Universidad de Sevilla).
- 2015-2022 Grado en Fundamentos de Arquitectura (ETS Arquitectura, Universidad de Sevilla).

Descripción del TFG

Premio de
Estructuras
de **edificación** 

Excelencia y Mérito Académico

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Realizar un estudio de las **estructuras** generadas a partir de geometría **funicular** y de superficie **minimal** en su aplicación en arquitectura.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Profundizar en el conocimiento de los conceptos de superficie **minimal** y geometría **funicular**.

Identificar y reconocer los **procesos de formación** de estas geometrías.

Iniciar un **catálogo** con las construcciones más significativas donde encontramos este tipo de estructuras.

Simular computacionalmente, mediante software específico, estas construcciones.

Analizar el **comportamiento estructural** de algunas de estas obras.

MÉTODO

Estudio del estado de la cuestión

Definir los conceptos de superficie **minimal** y geometría **funicular física** y **matemáticamente**. Estudiar los **procesos de form-finding** y su evolución.

Catalogación

Iniciar un **catálogo** abierto y ampliable de estas obras según la **clase de geometría** y **tipo estructural**.

Elección de los casos de estudio

Elegir obras representativas de ambas clases de geometrías atendiendo a su **materialidad**, **tipo estructural** y forma de **trabajo**.

Modelado y análisis

Modelado como **superficie** y como **sólido 3D** de la estructura. Rhinoceros 3D.

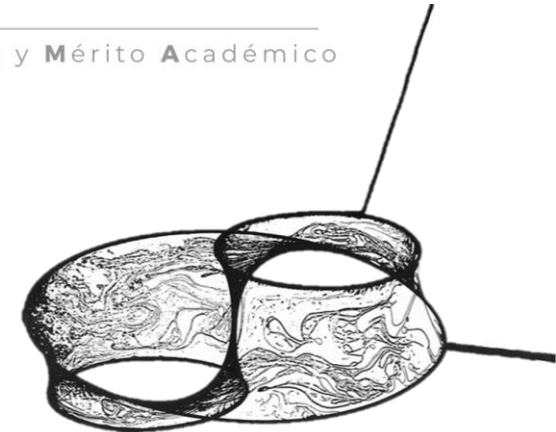


Modelado mediante **form-finding** a partir del MEF mediante un método basado en la URS. Dlubal RFEM 5.



Análisis mediante el MEF.

Comparación de **resultados**.



SUPERFICIES MINIMALES

En un primer lugar, el trabajo aborda el estudio y la comparación de las **superficies minimales** y las **geometrías funiculares**.

GEOMETRÍAS FUNICULARES



ACIES - Premios de estructuras de edificación 2023
Más información en: www.acies.es/premios

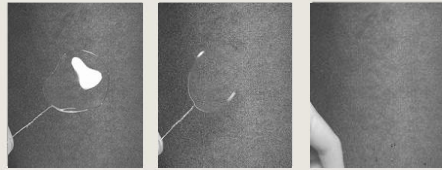
La particularidad de estas formas reside en su capacidad de **minimizar su energía potencial**. Extrapoladas a una estructura resultarían la opción **más eficiente**, reduciendo y optimizando el material empleado.

Excelencia y Mérito Académico

SUPERFICIES MINIMALES

DEFINICIÓN FÍSICA

Superficies de área mínima.
Mínima energía potencial.
Tensión uniforme.
Equilibrio de presiones.



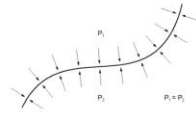
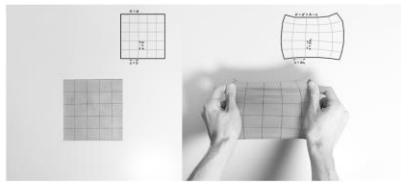
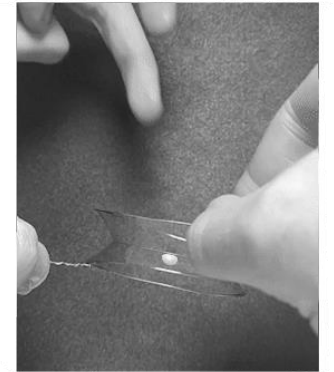
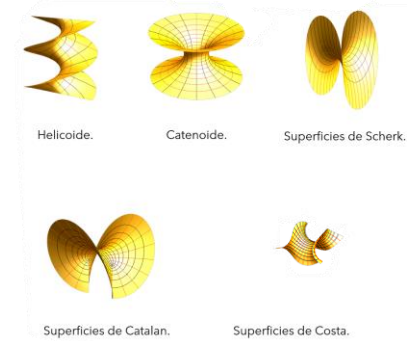
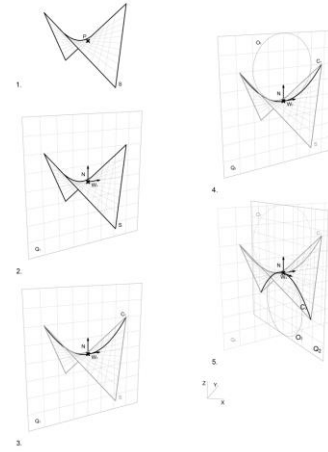
SUPERFICIES MINIMALES

DEFINICIÓN MATEMÁTICA

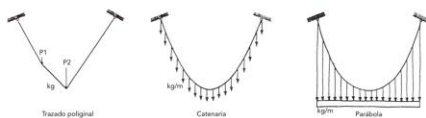
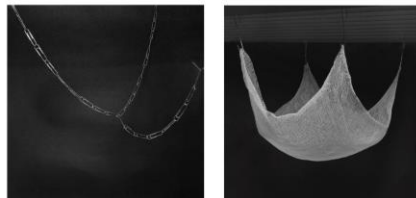
Curvatura media nula. Las curvaturas máxima y mínima son iguales y de signo contrario en todos los puntos de la superficie.

$$H = \frac{k_1 + k_2}{2} = 0$$

Superficies anticlásticas.



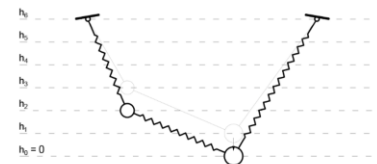
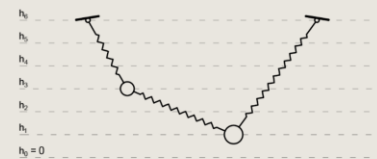
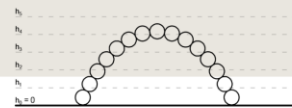
GEOMETRÍAS FUNICULARES



GEOMETRÍAS FUNICULARES

DEFINICIÓN FÍSICA

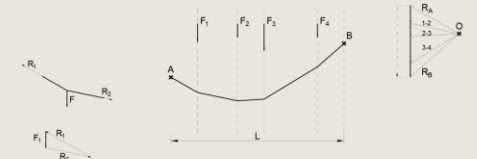
Mínima energía potencial.



GEOMETRÍAS FUNICULARES

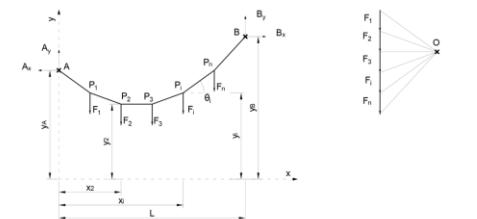
DEFINICIÓN MATEMÁTICA

Perspectiva geométrica. Al trazado funicular se le exige dos condiciones: equilibrio nodal y compatibilidad entre tramos, lo que se traduce en polígonos de fuerzas cerrados y adosables.



Para dos puntos existe una infinita familia de trazados funiculares que pasen por ellos.

Perspectiva analítica. Determinando las coordenadas de un tercer punto del funicular.



CATÁLOGO

SUPERFICIES MINIMALES



Estadio Olímpico de Múnich. F. Otto.
 Pabellón Alemán. F. Otto.
 Aviario para el zoo de Múnich. F. Otto.
 Pabellón para la salida del Centro de Clientes del Autostadt. M. Schlaich.
 Puente sobre el Río Basento. S. Musmeci.
 Estación Principal de Stuttgart. C. Ingenhoven.

GEOMETRÍAS FUNICULARES



Pabellón de Portugal. A. Siza.
 Multihalle. F. Otto.
 Estación de Servicio en Deitingen. H. Isler.
 Edificio Sicli Company. H. Isler.
 Centro Deportivo Brühl. H. Isler.
 Teatro de la Naturaleza de Grötzingen. H. Isler.
 Pasarela del Matadero y del Invierno. H. Corres.
 Pasarela peatonal TRUMPF. M. Schlaich.

Obras de edificación y civiles construidas recopiladas

Premio de Estructuras de edificación 2023

Excelencia y Mérito Académico

Como puesta en valor del patrimonio arquitectónico y estructural compuesto por este tipo de geometrías, el trabajo inicia un **catálogo recopilatorio** con las obras de edificación y civiles fruto de la investigación.

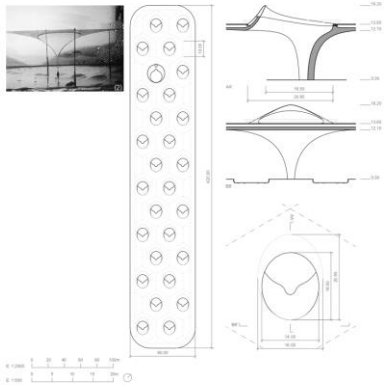
Ejemplos de fichas de catálogo. Obras analizadas

Estación central de Stuttgart



Estación Central de Stuttgart

Autores: Ingenhoven architects, Werner Sobel
 Año: 1997-2010 (vicio construcción).
 Ubicación: Stuttgart, Alemania.
 Fw Otto quien además asesoró al equipo en el proyecto (Bachmann et al., 2021).
 Clase de geometría: Superficie minimal.
 Tipo estructural: Soporte vertical.
 Material estructural: Hormigón armado.

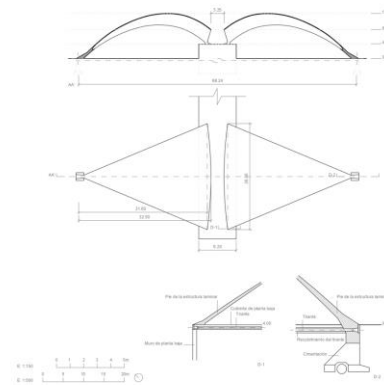


Estación de servicio en Deitingen



Estación de servicio en Deitingen

Autor: Heinz Isler.
 Año: 1968.
 Ubicación: Deitingen, Suiza.
 Clase de geometría: Geometría funicular.
 Tipo estructural: Cubierta.
 Material estructural: Hormigón armado.
 Algo reseñable de esta obra es la forma en la que se controlan los desplazamientos de la estructura mediante la implementación de un tirante entre los apoyos de la cubierta sobre el edificio y un tirante enterrado que une los apoyos inferiores, dibujado perpendicularmente a los anteriores (Chilton, 2003).

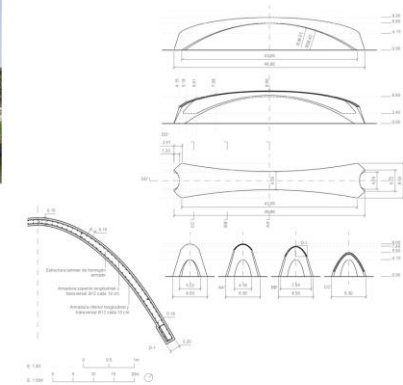


Pasarela del Matadero sobre el río Manzanares



Pasarela del Matadero sobre el río Manzanares

Autores: Hoge Comés et al.
 Año: 2005.
 Ubicación: Madrid, España.
 Clase de geometría: Geometría funicular.
 Tipo estructural: Cubierta.
 Material estructural: Hormigón armado.
 La pasarela se compone de una estructura laminar de hormigón armado apoyada en cuatro puntos, dos a cada orilla del río, de la que, mediante dos filas de péndulos, se cuelga el tablero móvil. La estructura laminar de hormigón, que posee un canto que varía desde los 150 mm a los 370 mm, sobre una luz de unos 43 m utilizando un armado relativamente pequeño (Ø312 mm, 0,10 m). A nivel formal, la línea está sometida a esfuerzos de flexión transversal inducidos por la plataforma (Comés et al., 2011).
 La simetría con respecto al eje de la estructura estuvo motivada por la posible prefabricación de la lámina, sin embargo, por motivos técnicos, finalmente acabó construyéndose in situ con encofrado de madera (Comés et al., 2011).

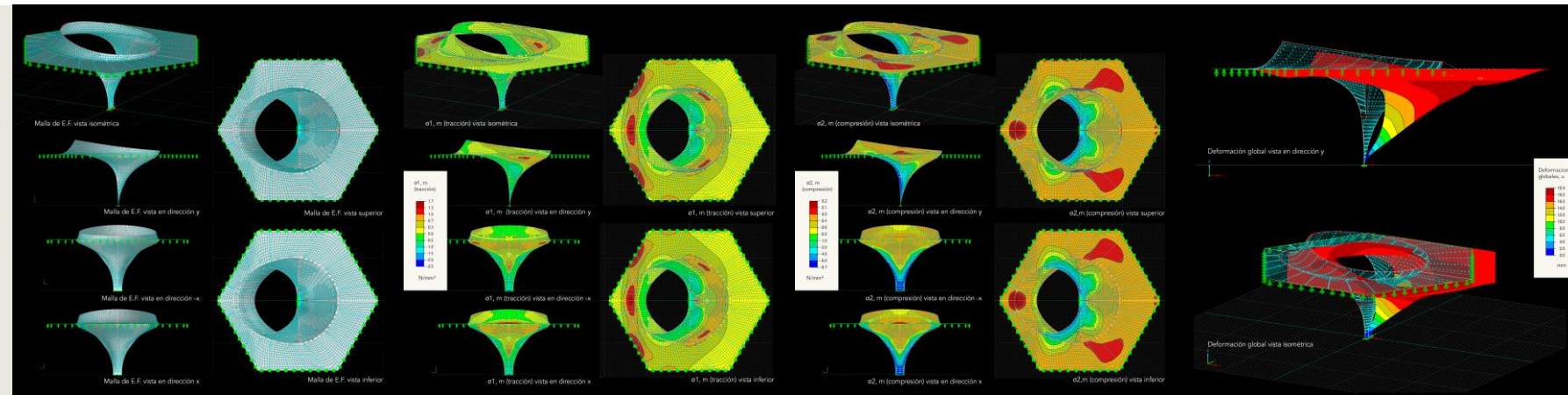
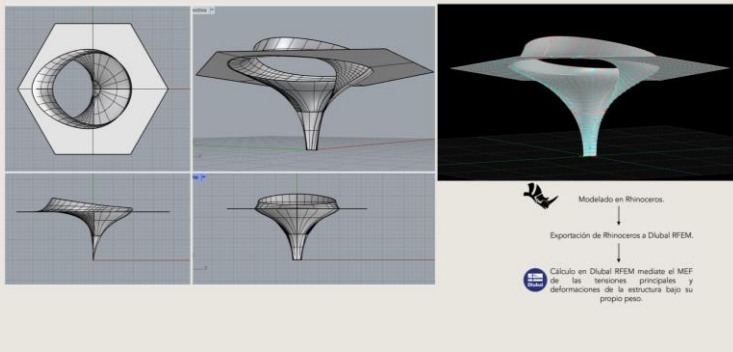


ACIES - Premios de estructuras de edificación 2023
 Más información en: www.acies.es/premios

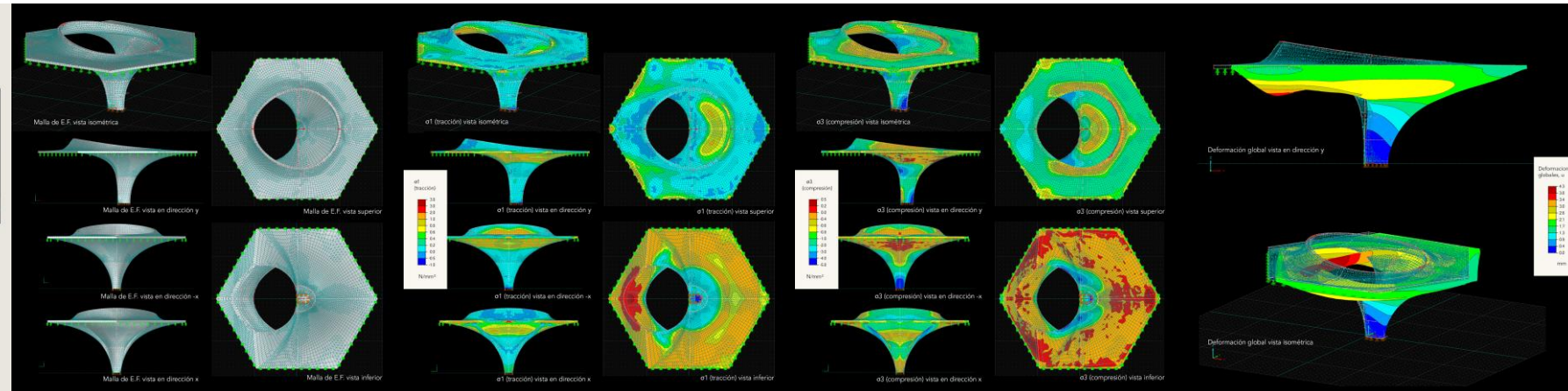
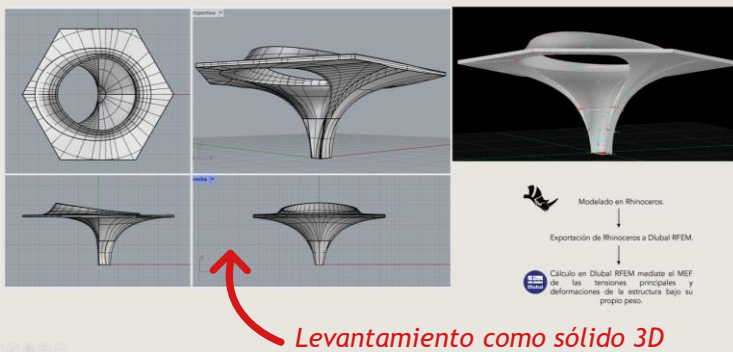
Finalmente, para comprender **cómo se comportan estas estructuras**, se realiza un análisis tensión-deformación de tres de las obras catalogadas.

Tres formas de modelado:
Levantamiento como superficie

CASO DE EJEMPLO. MODELADO COMO SUPERFICIE



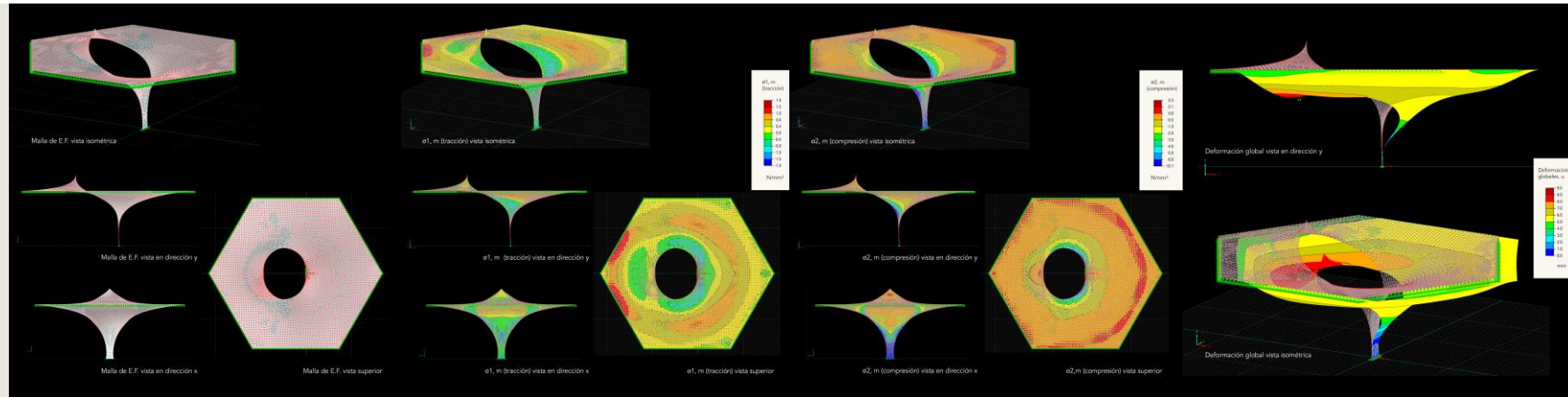
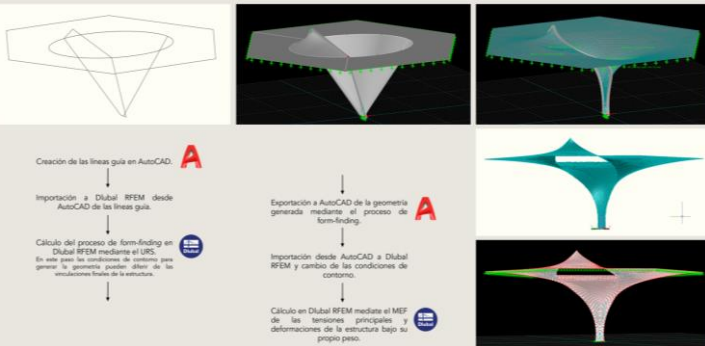
CASO DE EJEMPLO. MODELADO COMO SÓLIDO 3D



Levantamiento como sólido 3D

Modelado mediante form-finding digital

CASO DE EJEMPLO. MODELADO MEDIANTE FORM-FINDING DIGITAL



Comparación de los resultados obtenidos

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Verificación a compresión

	Superficie	Sólido 3D	Form-finding
Máxima compresión	9.7 MPa	5.8 MPa	10.1 MPa
f_{ck} del material empleado		40 MPa	

Verificación de flecha

	Superficie	Sólido 3D	Form-finding
Flecha instantánea uz	8.3	3.6	7.9
Flecha a plazo infinito	24.9	10.8	23.7
Luz		32 m	
Limitación de flecha L/250		128 mm	

GUÍA DE USO DE DLUBAL RFEM 5

Interoperabilidad con otros softwares.

Proceso de **form-finding** para superficies mínimas y para geometrías funiculares.

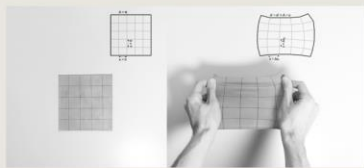
Proceso de **cálculo** a peso propio de la estructura.

El trabajo incorpora un manual paso a paso para el modelado de este tipo de superficies mediante software específico, lo que ayuda a comprender y agilizar el proceso de creación.

CONCLUSIONES

- El **área** y la **energía potencial** están **directamente relacionadas**, siendo esto un factor clave para la optimización de materia y forma.
- A través de las superficies *minimales* y geometrías *funiculares* pueden obtenerse **estructuras** que **economizan** al máximo el **materias empleado**.
- Las **estructuras** obtenidas mediante estas geometrías (*minimales* y *funiculares*) adquieren un **estado energético mínimo**, similar al obtenido por las construcciones naturales autoformadas.

$$A \propto E_p$$

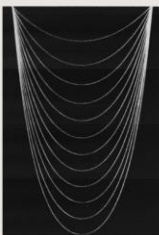
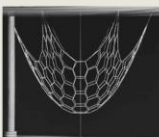


- Las superficies *minimales* son superficies anticlásticas que minimizan su área y energía potencial, con un reparto homogéneo de tensiones e igualando las presiones a ambos lados.
- Solución única. Para unas condiciones de contorno determinadas existe una única configuración óptima.



CONCLUSIONES

- Las geometrías *funiculares* son superficies *sinclásticas* que minimizan su energía potencial, trabajando de forma unirresistente.
- Infinitas soluciones. Para unas mismas condiciones de contorno existe una familia infinita de soluciones en las que variará el peralte de la geometría. Este peralte está relacionado con la magnitud de las reacciones en los apoyos, a mayor peralte menor será la reacción horizontal en el apoyo y mayor la vertical.
- Para una **estructura** trabajando únicamente a **tracción** bajo la acción gravitatoria, la geometría **funicular** es la **más eficiente** desde el punto de vista de economía de material.
- La inversión especular (**antifunicular**) de la geometría *funicular* supone la configuración geométrica **más eficiente**, desde el punto de vista de economía de material, para una **estructura** trabajando a **compresión** ya que esta geometría coincide con las líneas de presiones de la estructura.



Premio de
Estructuras
de **edificación**  2023

Excelencia y Mérito Académico

Novedad

Este trabajo **pone en valor un tipo estructural** que empezó a desarrollarse principalmente durante el **siglo XX** y que, debido a las limitaciones tecnológicas de la época, cayó prácticamente en el olvido. Sin embargo, esta **forma de construir** es la forma más natural, la **más eficiente**, pues es como se construye a sí misma la naturaleza. Hoy en día, **se configura una excelente oportunidad para visitar este tipo estructural**, otorgarle el valor técnico, formal y patrimonial que merece y potenciar su empleo en estructuras de edificación y obra civil.

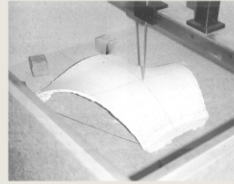
Aspectos medioambientales

Dado el proceso de optimización de material por el que se rige el proceso de **form-finding** se logran estructuras complejas con una mínima cantidad de material. La problemática medioambiental actual supone una oportunidad para implementar este tipo estructural y **construir de la manera más eficiente posible**. Optimizar el consumo de material empleado reducirá notablemente el impacto final.

ACIES - Premios de estructuras de edificación 2023
Más información en: www.acies.es/premios

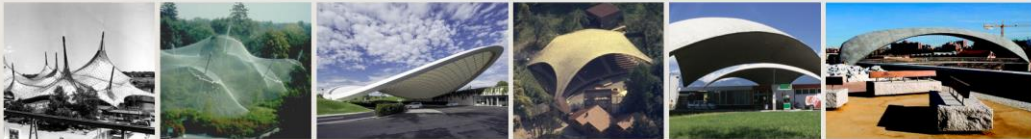
CONCLUSIONES

- Los procesos de *form-finding* no buscan copiar la naturaleza sino entender los procesos de formación de esta mediante el método del camino inverso.
- Los procesos de *form-finding* analógicos han sido efectivos para la creación de estructuras basadas en geometrías funiculares y superficies *minimales*; sin embargo, tienen una gran componente artesanal y ensayos de prueba y error.
- Los procesos de **form-finding digital** han supuesto una **mayor facilidad** para el proceso de **modelado** de estas geometrías y una **mayor exactitud** de los **resultados** numéricos obtenidos durante el cálculo estructural.



CONCLUSIONES

- Las **estructuras** basadas en las **superficies minimales** generalmente son estructuras **textiles tensadas** mientras que las **estructuras** basadas en **geometrías funiculares** se construyen mediante estructuras laminares, generalmente de **hormigón**, sometidas principalmente al esfuerzo de **compresión**.
- Los usos de los tipos estructurales son diversos, siendo el más frecuente el empleo de estas estructuras como cubiertas de espacios de grandes luces.



Premio de
Estructuras
de **edificación**  2023

Excelencia y Mérito Académico

Innovación técnica

Frente a los sistemas estructurales convencionales las estructuras creadas a partir de superficies *minimales* y geometrías funiculares **suponen un avance en eficiencia y optimización de material**, sin embargo, su compleja forma supuso un hándicap tanto para su desarrollo y construcción. Los actuales avances computacionales permiten el modelado de estas formas de una manera mucho más sencilla a la disponible en el siglo pasado, permitiendo la creación de modelos digitales tanto para el proceso de *form-finding* como para el estudio del comportamiento físico de la estructura.

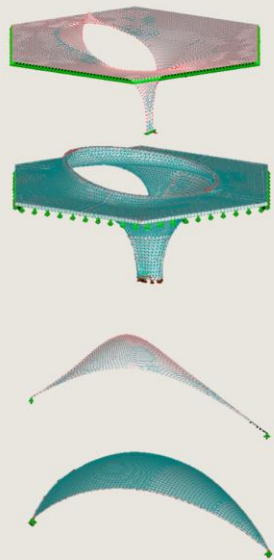
Innovación en procesos

Con la elaboración del catálogo, el trabajo pretende sentar unas bases para la identificación de este tipo de estructuras, partiendo del punto de vista de cómo fueron concebidas; de esta manera, y con una serie de diversos ejemplos, se **facilita la labor de identificar otras estructuras similares** así como **proporciona una referencia para crear nuevas estructuras**.

ACIES - Premios de estructuras de edificación 2023
Más información en: www.acies.es/premios

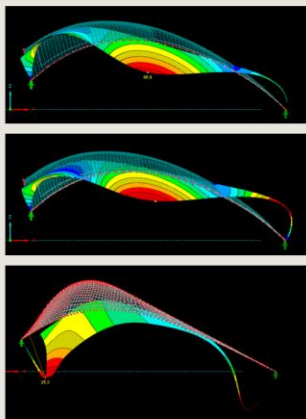
CONCLUSIONES

- Los **resultados** de forma **obtenidos** del modelado de la estructura basada en una **superficie minimal** son **fieles a la realidad construida**.
- Los **resultados** de forma **obtenidos** del modelado de las estructuras basadas en **geometrías funiculares difieren de la realidad construida**. En los procesos de form-finding analógico llevados a cabo por Isler la tensión de la membrana no era un parámetro importante para el proceso; sin embargo, sí lo es para el método de form-finding digital empleado en este trabajo.



CONCLUSIONES

- La **distribución tensional** de las obras estudiadas es **similar** entre los tres tipos de modelado.
- Las **deformaciones globales** son **similares** entre los tres tipos de modelado; sin embargo, en los casos de estudio de Deitingen y Stuttgart los valores máximos se alcanzan en puntos distintos debido a las diferencias de forma y sección existentes entre los modelados.



Premio de
Estructuras
de **edificación**  2023

Excelencia y Mérito Académico

Innovación en procesos

Frente a los procesos de *form-finding* analógicos del siglo pasado, *softwares* como el utilizado para este trabajo permiten crear formas mucho más complejas.

Aportación al gremio

Crear una **guía de modelado** de *form-finding* digital. La comparación de este modelado con la forma finalmente construida es un paso fundamental para la comprensión y desarrollo de este tipo estructural tan valioso.

Aclarar conceptos de dos tipos estructurales distintos pero fácilmente confundibles.

Recoger y condensar en un único documento los **fundamentos teóricos y herramientas** necesarias para la concepción de este tipo de estructuras.

Gracias

Premio de
Estructuras
de **edificación**  2023

Excelencia y Mérito Académico



universidad de sevilla
escuela técnica superior **arquitectura**

Datos de contacto:

Antonio Morales Ramírez
antoniomrarchitect@gmail.com

ACIES - Premios de estructuras de edificación 2023
Más información en: www.acies.es/premios